فصل دوم

توزیع‌های فراوانی

هدف توزیع فراوانی

پژوهشگران و معلمان غالباً با توده‌ای از اطلاعات که نیاز به تفسیر دارند روبروهستند. به عنوان مثال، در جدول ۱-۲، از یک نمونه، سن ۱۰۰ نفر از زنان به هنگام ازدواج استخراج و یادداشت شده است. با مراجعه به این داده‌ها به آسانی نمی‌توان مشخص کرد که کمترین یا بیشترین ازدواج در چه سنی رخ داده است، چند درصد افرادی که ازدواج کرده‌اند کمتر از ۳۰ سال سن داشته‌اند و یا متوسط سن ازدواج در این مطالعه چه بوده است، و ... .

جدول ۲-۱ سن ۱۰۰ نفر از زنان به هنگام ازدواج

۳۳	۴۶	۶۲	۴۹	۴۰	۵۳	۵۹	۴۲	۴۸	۳۴
۶۳	۳۰	۴۹	۳۶	۵۱	۱۹	۲۷	۳۸	۲۴	۴۱
۲۵	۴۸	۲۰	۵۰	۳۹	۴۱	۳۳	۳۱	۴۱	۲۷
۴۰	۴۲	۳۹	۳۱	۴۷	۴۶	۵۴	۵۶	۳۵	۴۸
۱۶	۵۸	۴۸	۴۰	۵۷	۲۵	۴۳	۴۰	۳۷	۴۳
۴۹	۳۵	۴۶	۶۱	۳۳	۴۵	۵۵	۵۲	۴۳	۳۹
۴۱	۴۴	۳۲	۴۱	۵۳	۴۱	۵۷	۳۲	۴۸	۴۵
۳۵	۳۸	۵۵	۴۵	۳۷	۵۷	۴۹	۵۶	۵۴	۲۹
۶۲	۴۰	۴۹	۳۶	۵۰	۳۹	۴۳	۳۸	۴۴	۳۲
۲۶	۵۴	۲۳	۳۷	۴۱	۳۷	۴۲	۴۵	۵۰	۵۴

در هر پژوهش برای هر یک از متغیرهای مورد مطالعه از نمونه یا جامعه، داده‌هایی جمع‌آوری می‌شود که به آن داده‌ها یا نمرات خام می گویند. معنی بخشیدن به این نمرات مشکل است. **یکی از کاربردهای روشهای آماری، دسته بندی، تلخیص نمرات خام و تفسیر پذیر کردن آنهاست. برای رسیدن به این هدف، جدول توزیع فراوانی داده ها[1] را تشکیل می‌دهند.** توزیع فراوانی به جدول بندی داده‌ها در قالب طبقات همراه با ذکر فراوانی هر طبقه اطلاق می شود. در صورت وسیع بودن حجم داده‌های آماری مانند نمره‌های فرضی جدول بالا، برای سهولت کاربرد روش‌های آماری، می توان داده‌ها را به چند طبقه تقسیم کرد تا مطالعه، تجزیه و تحلیل و تفسیر آنها امکان پذیر باشد. به طور کلی، **طبقه بندی کردن داده‌ها کار تجزیه و تحلیل داده‌ها را آسان می‌کند.** وقتی مجموعه بزرگی از داده‌های آماری در طبقات مناسب گروه‌بندی شوند و به صورت

---

[1]- Tabulation of Data

خلاصه ارایه گردند به راحتی می‌توان خصوصیات مهم آنها را مشاهده کرد. این نوع طبقه بندی می تواند در درک و فهم ویژگی‌های مهم داده‌ها به محقق کمک کند.

یکی از کارآمدترین روش‌ها برای خلاصه کردن و سازماندهی اطلاعات استفاده از توزیع فراوانی است.

تعریف توزیع فراوانی

توزیع فراوانی عبارت است از سازمان دادن اندازه‌ها یا مشاهدات به صورت طبقات همراه با فراوانی هر طبقه. توزیع فراوانی داده‌ها را به صورت خلاصه و مرتب شده، به نحوی که تفسیر آنها آسان شود، نمایش می‌دهد. یک روش ساده برای نشان دادن و خلاصه کردن اطلاعات عددی است. این اطلاعات عددی از اندازه گیری ویژگی ها، صفات و متغیرهای افراد، اشیاء یا رویدادها به دست می آید و مقیاس اندازه گیری آنها می تواند اسمی، ترتیبی، فاصله ای یا نسبی باشد.

توزیع فراوانی به جدول‌بندی داده‌ها در قالب طبقات همراه با ذکر فراوانی هر طبقه اطلاق می‌شود.

ماتریس یا جدول داده‌ها[۲]: نظم دادن عناصر (مانند افراد یا متغیرها) در یک جدول مستطیل شکل، که در این جدول به خطوط افقی سطر و به خطوط عمودی ستون گفته می شود. **جدول داده‌ها عبارت است از جدول نمره ها به صورتی که در آن افراد یا آزمودنی ها یا موارد در سطرهای جدول و اطلاعات یا داده‌های جمع آوری شده در مورد هر فرد یا متغیرهای تحقیق در ستون‌های جدول ثبت می گردد.** یا جدولی که داده‌های عددی را هنگام آزمایش در آن ثبت می کنیم.

پس از جمع آوری اطلاعات و دست یافتن به نتایج، نخستین وظیفه محقق عبارت است از طبقه بندی و خلاصه کردن اطلاعات به صورتی که بتواند آنها را تجزیه و تحلیل و تفسیر نماید. این عمل از طریق مهیّا ساختن یک جدول یا توزیع فراوانی انجام می شود.

❋ توزیع فراوانی طبقه بندی نشده[۳] و مراحل ساخت آن

۲- Matrix or Data Table
۳- Ungrouped Frequency Distribution

نخستین گام در تنظیم داده ها، مرتب کردن نمره ها بر اساس مقدار است که معمولا از بزرگترین به کوچکترین مرتب می شود. این چنین توزیع فراوانی نمره ها را توزیع فراوانی طبقه بندی نشده یا گروه بندی نشده می‌نامند. به عبارت دیگر **زمانی که همه اعداد تک تک در جدول آورده شوند، جدول توزیع فراوانی منفرد یا طبقه بندی نشده گفته می‌شود.**

* **برای تدوین و تنظیم کردن جدول توزیع فراوانی فعالیت‌های زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم:**

۱- ثبت اعداد را به ترتیب در ستونی که با x نشان داده می‌شود، از بزرگترین عدد شروع می‌کنیم و به کوچکترین عدد خاتمه می‌دهیم.

۲- مشخص کردن تعداد دفعاتی که هر عدد تکرار شده است (تعداد فراوانی). در مقابل هر عدد در زیر ستونی که ستون خط نشان نامیده می‌شود به تعداد دفعاتی که هر عدد تکرار می‌شود، خط نشان می زنیم.

برای تدوین و تنظیم کردن جدول توزیع فراوانی داده‌ها را به ترتیب صعودی یا نزولی مرتب می کنیم و تکرار یا فراوانی هر عدد را می نویسیم.

فعالیت‌های فوق در جدول ۲-۲ به صورت خلاصه نشان داده شده است.

جدول ۲-۲ توزیع فراوانی سن ۱۰۰ نفر از زنان به هنگام ازدواج

X	f	X	f	X	f	X	f	X	f
۱۶	۱	۳۰	۱	۳۹	۴	۴۸	۵	۵۷	۳
۱۹	۱	۳۱	۲	۴۰	۵	۴۹	۵	۵۸	۱
۲۰	۱	۳۲	۳	۴۱	۷	۵۰	۳	۵۹	۱
۲۳	۱	۳۳	۳	۴۲	۳	۵۱	۱	۶۱	۱
۲۴	۱	۳۴	۱	۴۳	۴	۵۲	۱	۶۲	۲
۲۵	۲	۳۵	۳	۴۴	۲	۵۳	۲	۶۳	۱
۲۶	۱	۳۶	۲	۴۵	۴	۵۴	۴	$\Sigma f = ۱۰۰$	
۲۷	۲	۳۷	۴	۴۶	۳	۵۵	۲		
۲۹	۱	۳۸	۳	۴۷	۱	۵۶	۲		

بعد از تشکیل جدول توزیع فراوانی متوجه می‌شویم که به آسانی می توانیم جواب پرسش‌های مطرح شده را پیدا کرد. برای مثال، اگر فراوانی مقابل (X) های کمتر از ۲۷ را جمع کنیم (۷) و آن را بر ۱۰۰ که تعداد کل (Xها) است تقسیم کرده و حاصل را در صد ضرب کنیم، معلوم می‌شود که در این مطالعه ۷ درصد موارد ازدواج در سن پایین تر از ۲۷ سال بوده است:

$$P\% = \frac{f \times ۱۰۰}{۱۰۰} \rightarrow \frac{۷ \times ۱۰۰}{۱۰۰} = ۷$$

بنابراین تفسیر نمره‌های این جدول آسانتر از جدول ۲-۱ است.

❋ توزیع فراوانی طبقه بندی شده[۴] و مراحل ساخت آن

هرگاه تعداد نمرات زیاد باشد تهیه و تنظیم اعداد به صورت توزیع فراوانی طبقه بندی نشده وقت گیر و طاقت فرساست و محاسبه شاخص های آماری برای چنین فهرست طولانی از نمرات کار دشواری است. **توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده توزیعی است که در آن نمرات با استفاده از فاصله معین طبقه بندی می‌شوند. زمانی که تعداد اعداد یک توزیع و همچنین فاصله بین آنها خیلی زیاد باشد از توزیع فراوانی طبقه بندی شده استفاده می کنیم.**

اما زمانی که نمره ها یا اعداد دارای دامنه گسترده ای هستند و تنظیم اعداد به صورت توزیع فراوانی طبقه بندی نشده وقت گیر و طاقت فرساست، اعداد را طبقه بندی می کنیم و از جدول توزیع فراوانی طبقه بندی شده استفاده می کنیم.

اگر چه توزیع فراوانی طبقه بندی شده یک روش اقتصادی و در عین حال آسانی را برای نمایش داده‌ها فراهم می‌کند اما در اثر طبقه‌بندی کردن اعداد برخی از اطلاعات از بین می‌رود. بنابراین شاخص‌های آماری که با استفاده از توزیع فراوانی طبقه بندی شده محاسبه می‌شوند توأم با خطا هستند. وجود خطا به این دلیل است که محاسبات بر اساس نمره‌های فردی انجام نمی‌شوند. در بیشتر موارد این خطا (خطای طبقه بندی[۵]) ناچیز است و اشکال عمده‌ای به وجود نمی‌آورد.

---

[۴]- grouped Frequency Distribution

۲- خطای طبقه بندی عبارت است از اختلاف بین شاخص آماری محاسبه شده با استفاده از توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده و توزیع فراوانی طبقه‌بندی نشده.

* مثال: برای اعداد زیر جدول توزیع فراوانی درست کنید؟

۸-۱۰-۱۱-۶-۸-۱۰-۸-۶-۵-۱۴-۱۳-۷-۶-۹-۱۰

X	fi
۵	۱
۶	۲
۷	۱
۸	۳
۹	۱
۱۰	۳
۱۱	۱
۱۲	۰
۱۳	۱
۱۴	۱

❋ **تمرین منزل: در جدول زیر نمره های درس آمار دانشجویان آمده است. آن ها را در یک جدول توزیع فراوانی قرار دهید.**

۱۰	۱۲	۱۵	۱۹	۱۸
۱۲	۱۷	۱۴	۱۶	۱۵
۱۲	۱۶	۱۶	۱۹	۱۵
۱۵	۱۳	۱۵	۱۵	۱۶
۱۴	۱۶	۱۵	۱۳	۱۴
۱۶	۱۹	۱۶	۱۸	۱۷
۱۷	۱۵	۱۶	۱۷	۱۹
۱۶	۱۶	۱۷	۱۲	۱۶
۱۹	۱۸	۱۳	۱۷	۱۷
۱۱	۱۶	۱۶	۱۸	۱۴

❋ **چند نکته در رابطه با توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده**

✓ بر اساس تجربه اگر اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین نمره یا عدد، مساوی یا بزرگتر از ۲۰ باشد از توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده استفاده می شود.

✓ در این توزیع به جای اینکه از نمرات به صورت فردی استفاده شود، اعداد و نمرات در طبقاتی که ناسازگار هستند (یعنی یک عدد معین فقط در یک طبقه) قرار داده می شوند و بدین طریق یک طبقه[۶] به وجود می آید.

[۶]- Class

❋ **مراحل ساخت توزیع فراوانی طبقه بندی شده**

۱- محاسبه دامنه تغییرات[۷]

دامنه تغییرات در اندازه‌های پیوسته برابر است با تفاضل بزرگترین عدد از کوچکترین عدد به اضافه یک. (اضافه کردن یک به خاطر در نظر گرفتن حدود واقعی طبقات است). در صورتی که متغیر مورد اندازه‌گیری با حرف X نشان داده شود دامنه تغییرات با استفاده از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$\mathbf{R = X_H - X_L + 1}$$

دامنه تغییرات = R و بزرگترین عدد = X_H و کوچترین عدد = X_L

دامنه تغییرات در اندازه‌های گسسته (ناپیوسته) ویا اعداد خام گرد نشده عبارت است از اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین عدد. در این حالت دامنه تغییرات از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{R = X_{Max} - X_{Min}}$$

❋ **مشخص کردن تعداد طبقات**

انتخاب تعداد طبقات اختیاری است اما معمولا تعداد طبقات را بین ۱۰ تا ۲۰ انتخاب می کنند. به طور کلی دو روش برای تعیین تعداد طبقات وجود دارد.

تعداد طبقات به تعداد مشاهدات و پراکندگی داده ها بستگی دارد.

الف) روش تجربی: **با توجه به دامنه تغییرات اعداد مورد نظر، تعداد طبقات تعیین می شود.** در این روش سعی بر این است که نه تعداد طبقات بسیار زیاد باشد که وقت زیاد صرف نشود نه اینکه تعداد طبقات بسیار کم باشد که باعث از دست دادن اطلاعات زیادی شود.

ب) قانون استرژ. در صورتی‌که پژوهشگر تمایلی به استفاده از روش تجربی نداشته باشد، می‌تواند از فرمول زیر، که به قانون استرژ معروف است، تعداد طبقات را به دست آورد.

$$K = 1 \pm 3/3 \, \mathrm{Log}\, N$$

۷- Range

تعداد طبقات= K و تعداد اعداد/ مشاهدات یا جمع فراوانی‌ها = N

مثال: اگر تعداد اعداد جمع آوری شده ۱۰۰ باشد، تعداد طبقات را به دست آورید؟

$$K = 1 \pm 3/3 \, \mathbf{Log}\, 100$$

$$K = 1 \pm 3/3(2) = 1 + 6/6 = 6/7 \cong 8$$

تعیین اندازه یا حجم یا فاصله هر طبقه[۸]

حجم طبقات را می‌توان با توجه به میزان اندازه طبقه تعیین کرد. اندازه طبقه عبارت است از مقدار نمره‌ای که درون آن طبقه قرار می‌گیرد. **اگر تعداد طبقات مشخص باشد، فاصله طبقات را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:**

$$C = I = \frac{R}{K}$$

که در آن: فاصله طبقات = C = I

حجم طبقات برابر است با دامنه تغییرات تقسیم بر تعداد طبقات. با داشتن دو مورد از این موارد می توانیم مورد سومی را هم به دست بیاوریم. به عنوان مثال تعداد طبقات برابر است دامنه تغییرات تقسیم بر حجم طبقات.

وقتی دامنه تغییرات به تعداد طبقات یا فاصله طبقات قابل قسمت نباشد، خارج قسمت را به عدد صحیح بالاتر باید گرد کرد. ($6/7 \cong 8$).

نوشتن طبقات

معمولا نوشتن طبقات را از کوچکترین عددی که اندازه یا فاصله طبقات مضربی از آن است آغاز می کنند. تنظیم طبقات یا به صورت **نزولی** (کوچکترین عدد را در بالا قرار دهید و به ترتیب پایین بیایید تا به بزرگترین عدد برسید) است، یا به صورت **صعودی**، ولی نزولی راحت‌تر است. توجه داشته باشید که **اعداد نباید در طبقات تکرار شده باشند.** برای مثال وقتی عدد ۳۲ را در طبقه اول دارید، پس طبقه دوم از ۳۳ شروع می

---

[۸]- Class Interval

شود. **در تمام طبقات باید فاصله طبقات رعایت شود.** پس از تعیین نقطه شروع طبقات، یعنی کوچکترین عدد طبقه که حد پایین اولین یا کوچکترین طبقه نیز نامیده می‌شود، بزرگترین عدد یا حد بالای این طبقه را محاسبه می‌کنیم. برای به دست آوردن حد بالای اولین طبقه، به حد پایین آن طبقه یک واحد کمتر از فاصله طبقه را اضافه می‌کنیم. **پس از نوشتن اولین طبقه فاصله طبقه را به حد بالا و پایین همین طبقه اضافه می کنیم تا طبقه بعدی به دست آید.** این عمل را تا طبقه‌ای که بزرگترین عدد در آن قرار می‌گیرد ادامه می‌دهیم.

توصیه می‌گردد دسته بندی یا طبقه‌بندی را در جایی تمام می‌کنیم که کرانه بالایی آخرین طبقه، برابر یا بزرگتر از بزرگترین عدد خام باشد. تعداد طبقات را بین ۱۰ تا ۲۰ انتخاب کنید. فاصله طبقات را ۱، ۳، ۵، ۷، ۱۰ یا ۲۰ انتخاب کنید. **حد پایین طبقه اول را با عددی آغاز کنید که مضربی از فاصله طبقه باشد.** بهتر است که فاصله طبقات عدد فرد در نظر گرفته شود تا حد میانی طبقات عدد صحیح در آید. با توجه به اینکه تمام طبقات باید به صورت کامل تشکیل شوند، در محاسبه فاصله طبقات و تعداد طبقات اگر به عدد اعشاری برخورد کردید، تعداد طبقات و فاصله طبقات را حتماً به مقدار عدد صحیح واحد بالا گرد کنید. طبقات را بر اساس مقدار مشاهدات مرتب کنید. به این ترتیب، طبقه‌ای که بزرگترین مشاهدات را دارد، در بالاتر قرار گیرد.

* **تعیین تعداد فراوانی های هر طبقه**

مثال ۲: نمرات ۲۰ دانشجو در درس آمار به شرح زیر است. نمرات را در یک جدول توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده قراردهید .

۱۳-۱۳-۱۱-۱۲-۱۴-۱۲-۱۵-۱۸-۱۹-۱۵-۱۶-۱۷-۱۶-۱۴-۲۰-۱۳- ۸-۷-۹-۸

طبقات x	Fiفراوانی
۶-۸	۳
۹-۱۱	۲
۱۲-۱۴	۷
۱۷-۱۵	۵
۲۰-۱۸	۳

کوچکترین عدد یا نمره ۷ است اما چون I(اندازه طبقات)۳ است مضربی از ۳ را در نظر می گیریم.

:حل

$R=۱+۷-۲۰=۱۴$ $\sum fi/N=۲۰$

$I=\frac{۱۴}{۵}=2/8\sim۳$ $k=۵$

* **حدود واقعی[۹] طبقات:**

پایین ترین وبالاترین نمر ه ای که در یک طبقه وجود دارد . ۰/۵ واحد کم و ۰/۵ واحد زیاد می کنیم. مثال:

حدود واقعی عدد۷ ۶/۵-۷/۵

مثال: حدود واقعی عدد۷/۵ ۷/۴۵-۷/۵۵

اگر یک رقم اعشار باشد ۰/۰۵± اگر دو رقم اعشاری باشد ۰/۰۰۵±

* **نماینده طبقات (نقاط وسط طبقات) یا حد میانی[۱۰] Xc یا Xi یا MP**

نقطه میانی یا نماینده طبقه، عدد یا نمادی است که طبقه را مشخص می کند و در واقع عددی است که دقیقاً در وسط کلیه اعداد درون یک طبقه قرار می گیرد.

سه روش محاسبه حد میانی به شرح زیر است:

۱- حد پایین و حد بالای هر طبقه را با هم جمع و بر دو تقسیم می کنیم.

۲- حد واقعی پایین و حد واقعی بالای هر طبقه را با هم جمع و بر دو تقسیم می کنیم.

۳- نصف فاصله طبقات (C/2) را با حد واقعی پایین هر طبقه جمع کنیم یا بر عکس نصف فاصله طبقات را از حد واقعی بالای هر طبقه کم کنیم.

---

[۹]- Real Limit
[۱۰]- midpoint

* **مثال: توزیع فراوانی وزن ۲۵ دانش آموز دوره راهنمایی تحصیلی:**

حدود طبقات	Fi	Pi(rf)	P%	cfi	Cf%	XIیاXC	RL
۳۳-**۳۵**	۳	۱۲٪	۱۲	۳	۱۲	۳۴	
۳۸-۳۶	۲						
۴۱-۳۹	۴						
۴۴-۴۲	۷						
۴۷-۴۵	۲						
۵۰-۴۸	۱						
۵۳-۵۱	۴						
۵۶-۵۴	۲						

۱۰۰ ۱ ۲۵ K=۸

I=۳

R=۵-۳۳+۱=۲۳=۲۴

❋ فراوانی تجمعی یا تراکمی[۱۱]

گاهی لازم است جدول به گونه‌ای تدوین و تنظیم شود که نشان دهد چه تعداد، چه نسبتی و یا چند درصد از افراد مورد مطالعه، بالاتر و یا پایین تر از یک عدد معین قرار دارند.

از فراوانی تراکمی جهت مقایسه نمره های دو یا بیش از دو گروه استفاده می شود.

❋ روش محاسبه فراوانی تراکمی:

برای به دست آوردن فراوانی تراکمی هر طبقه لازم است فراوانی مطلق آن طبقه به فراوانی مطلق طبقه یا طبقه های پیش از آن افزوده شود.

❋ محاسبه فراوانی تراکمی نسبی

برای محاسبه فراوانی تراکمی نسبی کافی است فراوانی تراکمی هر طبقه را بر n تقسیم کنید. در مورد محاسبه cf درصدی می توانید rcf هر طبقه را در ۱۰۰ ضرب کنید و یا اینکه ابتدا ۱۰۰ را بر n نقسیم کنید و سپس cf هر طبقه را در آن ضرب کنید.

❋ محاسبه فراوانی تجمعی نسبی:

اگر در هر طبقه، فراوانی نسبی آن طبقه و طبقات ما قبل را با هم جمع کنیم فراوانی تراکمی نسبی آن طبقه به دست می آید .

علامت درصد ٪ در لاتین در سمت راست و در فارسی در سمت چپ ٪۹۰ قرار می گیرد. مثلاً ٪۹۰. برای اینکه ابتدا عدد و بعد درصد خوانده شود.

CFI=FI+F2+F3+...FI

فراوانی تراکمی نسبی $= \frac{cf}{n}$

Xiیا Mc یا Xp= $\frac{XL+Xh}{۲}$

۱۱- Cumulative Frequency

❋ **فراوانی نسبی**[۱۲]

برای مقایسه نمره های دو یا چند گروه با حجم های مختلف از فراوانی نسبی استفاده می کنیم. **فراوانی نسبی هر طبقه برابر است با فراوانی مطلق همان طبقه تقسیم بر تعداد کل فراوانی.** فراوانی های نسبی همان نسبت ها هستند که مقدار آنها از صفر تا یک است. فراوانی نسبی، نمرات هر طبقه را نسبت به یک می سنجد.

نکته: مجموع فراوانی های نسبی همه طبقات یک جدول توزیع فراوانی همواره برابر یک می شود.

توزیع فراوانی نسبی: rf یا pi

$Pi=\sum \frac{Fi}{Fn}$ یا $Pi=\frac{Fi}{N}$

❋ **درصد فراوانی نسبی:**

هرگاه فراوانی نسبی یک طبقه را در عدد ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد فراوانی نسبی آن طبقه به دست می آید. P% یا F%

❋ **توزیع فراوانی تراکمی**:

اگر ما علاقمند به دانستن تعدادی افراد یا نمره‌هایی باشیم که در پایین نمره یا عدد خاصی وجود دارند به cfi نیاز داریم.

(فراوانی تراکمی از جمع کردن فراوانی ساده هر طبقه بزرگتر از خود به دست می آید. همیشه شروع cf1 از کوچکترین طبقه می باشد.)FCیاFi.....+F2+F1=CFI

مثال:cf1 برای جدول بالا ۳-۵-۱۲-۱۷-۲۰

نکته(۱):فراوانی تراکمی کوچکترین طبقه همیشه برابر با فراوانی ساده یا مطلق آن طبقه است. چون قبل از آن عدد و فراوانی مطلق دیگری نیست.

نکته(۲): فراوانی تراکمی آخرین طبقه برابر مجموع داده ها $\sum F$ می باشد.

۱۲- Relative Frequency

❋ **در صد فراوانی مطلق**:

درصد فراوانی مطلق = $Fi\%=\frac{\text{فراوانی مطلق هر طبقه}}{N} \times ۱۰۰$

❋ **درصد فراوانی تراکمی**:

درصد فراوانی تراکمی از تقسیم فراوانی تراکمی هر طبقه بر تعداد فراوانی ها ضرب در ۱۰۰ به دست می آید.

$$CFi\%=\frac{\text{فراوان تراکمی هر طبقه}}{N} \times ۱۰۰$$

درصد به درک اعداد جمع آوری شده کمک می کند.

مثال از جدول بالا

۱۵ ، ۳۵،۲۵ ، ۱۰ ، $Fi\%=\frac{۳}{۲}$ *100=15

۱۰۰ ۸۵ ۶۰ ۲۵ Cfi%=15

نکته۱) مجموعه درصدهای فروانی ساده کل طبقات باید برابر ۱۰۰ شود

نکته ۲) درصد فراوانی تراکمی بزرگترین(آخرین طبقه)همیشه برابر ۱۰۰ است.

نکته ۳) درصد فراوانی تراکمی طبقه اول = درصد فراوانی نسبی طبقه اول.

نکته ۴) فراوانی های نسبی همه طبقات= ۱می باشد .

نکته ۵) درصد فروانی نسبی هر طبقه= درصد فراوانی مطلق همان طبقه است . $p\%=p\times100$

$\sum = N = n$