فصل سوم:

* شاخص‌های مرکزی

شاخص‌های مرکزی به مقدار یا عددی که به بهترین شکل ویژگی گروه را به عنوان یک کل نشان می‌دهد اشاره می‌کنند . مترادف شاخص مرکزی نمره‌ی متوسط یا معدل[1] است. بنابراین شاخص‌های مرکزی یا گرایش به مرکز شاخص‌هایی هستند که با استفاده ازآنها مجموعه ای ازداده‌ها در یک مقدار یا عدد که نماینده‌ی آن مجموعه است خلاصه می‌شود.

منظور از معیار تمایل به مرکزی یا اندازگیری گرایش مرکزی یک گروه داده، عددی است که توسط آن عدد، مرکزیت آن گروه داده مشخص می گردد.

شاخص‌های گرایش مرکزی[2]: روش‌هایی هستند که وضعیت داده‌ها را در مقایسه با هم و به طور متوسط نشان می‌دهند. مقادیر متوسط یا اندازه‌های گرایش به مرکز یک توزیع عبارت است از معدل یا نمره معرف توزیع.

شاخص مرکزی، به بررسی خود متغیرها می‌پردازد.

شاخص پراکندگی، به بررسی پراکندگی متغیرها می‌پردازد.

شاخص پیوند، نیرومندی رابطه بین متغیرها را نشان می‌دهد.

شاخص توصیفی، به توصیف متغیرها می‌پردازد.

گرایش به مرکز توزیع عبارت است از «نمره ی معرف» توزیع شاخص‌های مرکزی که میزان تمرکز داده‌ها را نشان می‌دهند. شاخص‌های مرکزی نشان می‌دهند که موارد مطالعه شده به طور کلی چگونه هستند و یا داده‌های حاصل در ارتباط با هم یا به طور متوسط چگونه هستند.

از طریق مقادیر متوسط می‌توانیم گروه‌های مختلف را با هم مقایسه کنیم. چون مقایسه تک تک افراد جامعه‌های مختلف امری غیرمنطقی، بی‌اعتبار، دشوار و غیرممکن است.

---

[1]- average
[2]- Measures of Central Tendency

❋ نما یا mode :

نما یا mode ساده ترین شاخص گرایش مرکزی است، نسبت به دو شاخص دیگر کاربرد کمتری دارد. در مواردی که شیوع یک بیماری در سن خاص مد نظر باشد، معیار مناسبی است. نما عدد یا نمره یا طبقه‌ای است که دارای بیشترین فراوانی است، یا عددی که بیشتر از اعداد دیگر تکرار شده است. نما از طریق مشاهده‌ی توزیع فراوانی و تعیین عددی که دارای بیشترین فراوانی است تعیین می گردد. عددی که دارای بیشترین فراوانی است، غالباً نزدیک مرکزتوزیع فراوانی قراردارد. در چنین شرایطی نما یک شاخص مرکزی است. امّا نما همیشه در مرکزتوزیع فراوانی قرار ندارد. به همین دلیل نمی توان به عنوان یک شاخص مرکزی به آن اطمینان داشت. در واقع نما در میان شاخص‌های گرایش به مرکز، شاخصی بی ثبات است.

❋ تعیین نما در داده‌های طبقه بندی نشده:

نما عددی است که بیشتر ازسایر اعداد تکرار شده است. این روش برای متغیر کمی گسسته و برای داده‌های خام یا طبقه‌بندی نشده مورد استفاده قرار می گیرد.

بعضی ازمواقع در یک توزیع فراوانی نما وجود ندارد. ۲۰-۱۹-۸-۱۷-۶-۵

مثال ۱: در داده‌های زیر نما عدد ۴ است. ۱۰- ۸- ۹- ۴- ۳-۴-۷-۶

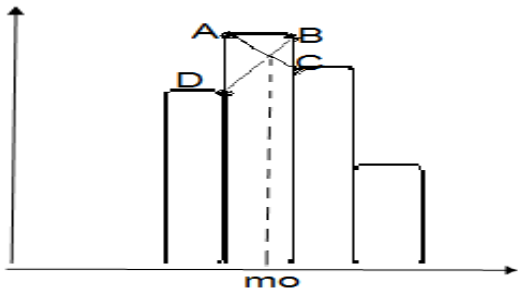
مثال ۲: ۷- ۴- ۳-۸-۳-۲ ⟵ نما عدد ۳ است.

مثال۳: ۲-۱۲-۸- ۹- ۶- ۳⟵نما وجود ندارد.

مثال۴: ۷-۵-۲-۷-۵-۶-۴⟵ نما اعداد ۵ و ۷ است.(دونمره غیر مجاور نما هستند).

مثال ۵: اگر دستمزد ساعتی گروهی ازکارگران یک کارخانه برابر۳۳۰-۲۸۰-۲۶۰-۲۲۰-۲۴۰-۲۰۰-۲۲۰تومان باشد نما دستمزد کارگران کدام است؟۲۲۰

* **نما از نظر هندسی:**



بلند ترین مستطیل را درنظر گرفته A را به C و B را به D وصل، از محل تلاقی این دو خط، خطی عمود بر محور xهارسم می‌کنیم. پای عمود **مکان هندسی نما** است.

* **وقتی که داده‌ها در جدول توزیع فراوانی تنظیم وگروه بندی شده باشند:**

طبقه نمایی، طبقه‌ای است که بیشترین فراوانی را دارند.

نمای خام (نمای تقریبی): نما عبارات است از حد میانی طبقه‌ای که بیشترین فراوانی را دارد.

در شرایطی که دو طبقه کنار هم بیشترین فراوانی را دارند: نما حد واقعی نمره‌های دو طبقه است.

* **تعیین نما در داده‌های طبقه بندی شده:** این روش هنگامی استفاده می شود که متغیر پیوسته (داده‌ها دارای مقیاس فاصله ای یا نسبی باشند) وداده‌ها طبقه بندی شده باشند.
* **دو روش محاسبه نما وجود دارد:**
* **بر حسب فراوانی**: در داده‌های گروه بندی شده، نما حد میانی طبقه ای که بیشترین فراوانی را دارد. به این مقدار نمای تقریبی می‌گویند. مقدار نمای تقریبی به اندازه فاصله طبقه بستگی دارد.

۲- زمانی که توزیع بهنجار وتک نمایی باشداز این فرمول استفاده می‌کنیم:

مثال: در جدول زیر نما را محاسبه کنید.

طبقات	فراوانی
۳۴-۳۶	۲
۳۷-۳۹	۳
۴۰-۴۲	۸
۴۳-۴۵	۱۰
۴۶-۴۸	۸

$$\boldsymbol{Mo = L + [\frac{d_1}{d_1 + d_2}] \times c}$$

$$\boldsymbol{Mo} = ۴۲/۵ + \left[\frac{۲}{۲ + ۲}\right] \times ۳ = ۴۴$$

d_1: تفاضل فراوانی طبقه نما با فراوانی ساده طبقه کوچکتر(قبلی)

d_2: تفاضل فراوانی طبقه نما با فراوانی ساده طبقه بزرگتر(بعدی)

* تمرین: نما را در جدول زیر تعیین نمائید.

طبقات	فراوانی
۷-۹	۳
۱۰-۱۲	۵
۱۳-۱۵	۲
۱۶-۱۸	۴
۱۹-۲۱	۲

* ویژگی‌های نما:

نما دربین شاخص‌های مرکزی **دارای کمترین مفروضه است.** نما در مقایسه با سایر شاخص‌های مرکزی **به سهولت محاسبه می‌شود،** نما اطلاعاتی کلی درباره‌ی فراوان‌ترین ارزش یا عدد به پژوهشگر می‌دهد. این شاخص درباره‌ی گرایش مرکزی توزیع نمره‌ها اطلاعی به ما نمی‌دهد، به علت **عدم ثبات و اعتبار نما،** به ندرت ازآن به عنوان یک شاخص گرایش مرکزی استفاده می‌شود. از آنجا که نما را نمی‌توان بصورت ریاضی دستکاری کرد، به همین دلیل **از نظر محاسبات آماری مورد استفاده محدودی دارد.**

* خلاصه‌ی ویژگی‌های نما عبارتند از:

۱. از خانواده مقیاس اسمی است. در داده‌های طبقه بندی شده طبقه‌هایی را که بالاترین فراوانی را دارا باشند طبقه نمایی گویند.

۲. عددی است که دارای بیشترین فراوانی است.

۳. غالباً در وسط توزیع نمره‌ها قراردارد.

۴. در بعضی از توزیع‌ها بیش از یک نما وجود دارد.

۵. اعمال ریاضی را نمی‌توان باآن انجام داد.

۶. دارای پایداری یا ثبات خیلی کمی است و به همین دلیل کم ارزش ترین شاخص است. (نما خیلی نا پایا است). برای مثال در مجموعه داده‌های ۸- ۷- ۷- ۵- ۳-۱-۱-۱؛ نما عدد ۱ است. اما اگر یکی از یک ها صفر شود و یک دیگری ۲ شود: ۸و۷و۷و۵و۳و۲و۱و ۰؛ نما عدد ۷ می‌شود.

۷. برآورد خیلی ضعیفی از پارامتر جامعه است.

۸. به ندرت به کار برده می‌شود. درگروه های کوچک دارای اعتبار نیست.

۹. در داده‌های کیفی، تنها شاخص مرکزی است ولی در بین شاخص‌های مرکزی اهمیت زیادی ندارد. (از آن بیشتر در تفسیر داده‌های کیفی استفاده می شود).

۱۰. محاسبه نما سریع تر وساده تراز محاسبه میانه ومیانگین است.

۱۱. نما شکل ظاهری یک توزیع رانشان می دهد.

۱۲. هرگاه تک تک داده‌ها را در عددی ثابت ضرب یا بر آن تقسیم کنیم و با عدد ثابت دیگری جمع یا تفریق کنیم همین تغییرات را برای نما نیز خواهیم داشت.

مثال: در توزیع داده‌های زیر ۴ نما است. ۶ – ۴ – ۴- ۱۰ – ۱۴

حالا تمام توزیع در عدد ثابت ۲ ضرب می شود: ۱۲ – ۸ – ۸ – ۲۰ – ۲۸ و می بینید که نما دو برابر شده است. برای عملیات جمع، تفریق و تقسیم نیز اینچنین می شود.

۱۳. با استفاده از نما، می‌توان توزیع در آمد خانواده را در یک مجموعه محاسبه کرد.

۱۴. نما در منحنی نرمال بین ومیانگین و میانه قرار دارد.

* **کاربرد نما:**

پژوهشگران معمولاً هنگامی از نما استفاده می‌کنند که مایل باشند بینشی کلی درباره‌ی شاخص مرکزی به دست آورند.

از نما هنگامی استفاده می‌کنند که مقیاس اندازه گیری اسمی باشد، برآورد سریعی از ارزش مرکزی نیاز باشد، یک برآورد تقریبی از ارزش های مرکزی کفایت کند، و قصد تعیین متداول‌ترین نمره را داشته باشیم. و خلاصه اینکه کاربرد نما عبارت است از:

۱. وقتی که مقیاس اندازه گیری اسمی باشد.
۲. وقتی که پژوهشگر علاقمند باشد عددی که بیشتر تکرارشده است پیدا کند.
۳. وقتی که پژوهشگر علاقمند است اطلاعات کلی و سریع درباره‌ی گرایش‌های مرکزی به دست آورد.
۴. نما را وقتی محاسبه می‌کنیم که برآورد سریعی از اندازهای مرکزی توضیح لازم باشد.

نکته: برای داده‌هایی که دارای مقیاس فاصله ای یانسبی هستند $Mo=3\ Mn-2\ \bar{X}$

* گرایش های پراکندگی مبتنی بر پراکندگی داده‌ها هستند نه شباهت.
* شاخص‌های مرکزی شاخص‌های هستند که با استفاده ازآنها مجموعه ای از اطلاعات در یک اندازه یا عددکه نماینده آن مجموعه است خلاصه می شود.
* به عددی که معرف وضع گروه است و در واقع بهترین تصویر کارکرد گروه را به دست می دهد مقدار متوسط یا شاخص گرایش مرکزی گفته می شود.

* در بعضی موارد فراوانی داده‌ها بیش از یک است ولی چون همه داده‌ها با هم برابراست. بنابراین می توان گفت در آن توزیع نما وجود ندارد ۹-۹-۹-۵-۲-۷-۲-۵-۷-۷-۵-۲

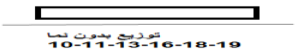
* وقتی که دو نمره مجاور فراوانی یکسان داشته باشند و این فراوانی بیش از فراوانی همه نمره‌ها باشد نما برابر با میانگین دو نمره مجاور خواهد بود.

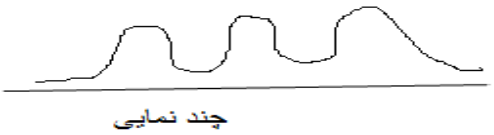
۱-۲-۲-۳-۳-۳-۴-۴-۴-۵

$$Mo = \frac{۳ + ۴}{۲} = ۳/۵$$

* در شرایطی که دو عدد غیر، بیشترین فراوانی را داشته باشند توزیع دو نمایی خواهد بود. مثال: در توزیع زیر نما دو عدد ۳ و ۶ است. ۱-۲-۳-۳-۳-۴-۵-۶-۶-۶

* **انواع نما**





به توزیع فراوانی که فقط یک نما دارد، **یک نمایی** و به توزیعی که دو نما دارد، **توزیع دونمایی** می گویند و به توزیع بیش ازدونما، **توزیع چند نمایی** گفته می‌شود.